

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH (7 điểm):

Câu I. (2 điểm) Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$

1 Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2 Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $\frac{||x|-2|}{|x|+1} = m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

Câu II. (2 điểm)

1 Giải phương trình $\left(\frac{\cos 4x + \sin 2x}{\cos 3x + \sin 3x} \right)^2 = 2\sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) + 3.$

2 Giải hệ phương trình sau trên \mathbb{R} : $\begin{cases} x^2 + 2y^2 &= xy + 2y \\ 2x^3 + 3xy^2 &= 2y^2 + 3x^2y. \end{cases}$

Câu III. (1 điểm) Tính tích phân : $I = \int_0^1 \frac{x^3 e^x}{(x+3)^2} dx$

Câu IV. Cho hình lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ có đáy là tam giác vuông với cạnh huyền $BC = 2a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Mặt bên (BCC_1B_1) là hình thoi ($\widehat{B_1BC} < 90^\circ$) và vuông góc với đáy, mặt bên (ABB_1A_1) tạo với đáy một góc 45° . Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$.

Câu V. (1 điểm) Cho a, b, c là ba số dương. Chứng minh rằng

$$\frac{ab}{a+9b+6c} + \frac{bc}{b+9c+6a} + \frac{ca}{c+9a+6b} \leq \frac{a+b+c}{16}.$$

PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm) thí sinh chỉ được chọn làm một trong hai phần A hoặc B PHẦN A.

Câu VIa. (2 điểm)

1 Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC có phương trình cạnh $AB : 5x+2y+7=0$, $BC : x-2y-1=0$. Biết phương trình đường phân giác trong góc A là $x+y-1=0$. Tìm phương trình đường cao CH của tam giác ABC .

2 Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P) : x+2y+2z+5=0$ và mặt cầu $(S) : x^2+y^2+z^2-10x-2y-6z+10=0$. Từ một điểm $M \in (P)$ kẻ đường thẳng (Δ) tiếp xúc với (S) tại N . Tìm vị trí của điểm M để MN đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu VIIa. (1 điểm) Có 5 người đàn ông, 8 người đàn bà và một đứa trẻ được xếp ngẫu nhiên thành một vòng tròn. Tính xác suất sao cho đứa trẻ ngồi giữa hai người đàn bà ?

PHẦN B.

Câu VIb. (2 điểm)

1 Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho elip $(E) : \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ có hai tiêu điểm F_1, F_2 .
Tìm một điểm M trên (E) sao cho $S = MF_1 + MF_2 + \frac{1}{MF_1} + \frac{1}{MF_2}$ đạt giá trị lớn nhất.

2 Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $(d) : \frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P) : 2x + y + z - 1 = 0$ giao nhau tại A . Lập phương trình chính tắc của đường thẳng (Δ) đi qua A nằm trong (P) và tạo với (d) một góc 30° .

Câu VIIb. (1 điểm) Người ta làm ra những quả bóng đá để dùng ở Italy 90 bằng cách khâu ghép những miếng da sơn đen có hình ngũ giác đều và những miếng da sơn trắng có hình lục giác đều lại với nhau. Hãy tính xem để có một quả bóng đá thì phải cần bao nhiêu miếng da sơn trắng và bao nhiêu miếng da sơn đen.

————— **Hết** —————